

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет електроніки та інформаційних технологій

Кафедра електроніки,
прикладної та загальної фізики

Кваліфікаційна робота магістра
**ПРОЦЕСИ В ЕЛЕМЕНТАХ СПІНТРОНІКИ: ПРЕЦЕСІЯ ІЗОТОПНИХ
ОДНОДОМЕННИХ НАНОЧАСТИНОК В ОБЕРТАЛЬНОМУ
МАГНІТНОМУ ПОЛІ**

Магістрант гр. ЕПм-82

В. С. Поляченко

Науковий керівник
д.ф.-м.н., професор

С. І. Денисов

Суми – 2019

РЕФЕРАТ

Мета роботи – вивчення магнітної та механічної прецесії ізотропних ферромагнітних наночастинок у в'язкій рідині, що виникає під дією обертального магнітного поля.

Актуальність теми зумовлена перспективами використання таких частинок, наприклад, для цільової доставки лікарських засобів до уражених органів та магнітної гіпертермії. Дослідження базується на системі диференціальних рівнянь руху, що отримана за допомогою рівняння збереження для повного обертального моменту (механічного та магнітного) частинки та узагальненого рівняння Ландау-Ліфшиця для її намагніченості. Шляхом розв'язання цієї системи рівнянь у випадку обертального магнітного знайдено всі характеристики прецесійного руху намагніченості і встановлено явний зв'язок між кутовою швидкістю частинки та прецесією намагніченості.

Показано, що механічне обертання наночастинки виникає внаслідок урахування релаксаційного доданку в рівнянні Ландау-Ліфшиця, тобто відбувається завдяки релаксаційним процесам в магнітній підсистемі. Всі теоретичні результати, які стосуються прецесійних станів намагніченості та кутової швидкості ізотропних наночастинок, підтверджено числовими розрахунками.

Робота викладена на 28 сторінках, містить 9 рисунків та список цитованої літератури із 22 джерел.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ІЗОТРОПНІ ОДНОДОМЕННІ НАНОЧАСТИНКИ, В'ЯЗКА РІДИНА, ОБЕРТАЛЬНЕ МАГНІТНЕ ПОЛЕ, РІВНЯННЯ РУХУ, ПРЕЦЕСІЯ

ЗМІСТ

С.

ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1. ОЗНАЧЕННЯ ОДНОДОМЕННИХ НАНОЧАСТИНОК, ОСНОВНІ РІВНЯННЯ ДЛЯ СКЛАДАНОЇ МАГНІТОМЕХАНІЧНОЇ ДИНАМІКИ	5
1.1 Однодоменні наночастинки	5
1.2 Основні рівняння для складаної магнітомеханічної динаміки.....	8
РОЗДІЛ 2. ПРЕЦЕСІЙНА РОТАЦІЯ МАГНЕТИЧНО ІЗОТРОПІЧНИХ НАНОЧАСТИНОК	12
2.1 Прецесія намагнічування	13
2.2. Аналіз стійкості прецесії намагніченості	15
2.3. Прецесія частинок	17
2.4. Числовий аналіз.....	20
ВИСНОВКИ	25
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	26

ВСТУП

Феромагнітні однодоменні наночастинки є об'єктом інтенсивного дослідження, головним чином через високий потенціал для різних застосувань. Розробка методів отримання феромагнітних наночастинок із заданими властивостями є одним із ключових факторів реалізації цих та інших застосувань.

На сьогоднішній день ряд таких методів уже запропоновано та продемонстровано [1–2]. Ще одним ключовим фактором є розробка теоретичних підходів, спрямованих на більш повний опис магнітних властивостей феромагнітних частинок у в'язких рідинах, які піддаються зовнішнім магнітним полям. Ці системи часто вивчаються в рамках жорсткої дипольної моделі, коли передбачається, що намагніченість частинок спрямована вздовж осі легких частинок. Ця апроксимація, яка дотримується, якщо магнітне поле анізотропії досить велике, було використано для дослідження, наприклад, ефектів обертання частинок, дипольної взаємодії та теплових коливань [5–6]. Також ця апроксимація була використана для аналогічного опису спрямованого транспорту зважених феромагнітних наночастинок, індукованих силою Магнуса [7–8].

РОЗДІЛ 1.

ОЗНАЧЕННЯ ОДНОДОМЕННИХ НАНОЧАСТИНОК, ОСНОВНІ РІВНЯННЯ ДЛЯ СКЛАДАНОЇ МАГНІТОМЕХАНІЧНОЇ ДИНАМІКИ

1.1 Однодоменні наночастинки

Відомо, що у великих (масивних) магнітних частинках (матеріалах) наявна мультидоменна структура, в якій ділянки з односпрямованою намагніченістю відокремлені доменними стінками. Процес утворення доменних стінок відбувається за рахунок рівноваги між магнітостатичною енергією (ΔE_{MS}), що зростає пропорційно до об'єму речовини, і енергією доменної стінки (E_{dw}), що підвищується пропорційно до площі границі між доменами .

Якщо розмір зразка зменшувати, виявляється критичний об'єм, нижче якого більше енергії необхідно для створення доменної стінки, ніж для підтримання зовнішньої магнітостатичної енергії (поля розсіювання) однодоменого стану. Критичний діаметр, при якому частинка набуває однодоменого стану, зазвичай лежить у діапазоні кількох десятків нанометрів і залежить від речовини.

Критичний діаметр сферичної частинки (D_c), нижче якого існує однодомений стан, досягається, коли значення ΔE_{MS} дорівнює значенню E_{dw} . Однодоменні частинки мають однакову намагніченість із розміщенням усіх спінів в одному напрямку [3]. Намагніченість можна переспрямувати шляхом обертання спіну, оскільки відсутні стінки доменів. Це є поясненням дуже високої коерцитивної сили H_c , що спостерігають у наночастинок в певному розмірному діапазоні . Як ілюстрація ізотермічна залежність коерцитивної сили H_c від певного розміру магнітної наночастинки наведена на рис.1.1.

Коерцитивна сила H_c має бути тим меншою, чим більша кількість варіантів (механізмів) обертання спіну в напрямках, які протилежні початковому. У мультидоменних частинках таке обертання може додатково поєднуватися зі зміщенням границь доменів. Зі зменшенням розміру частинки кількість доменів також зменшується, і роль міждоменних границь у перемагнічуванні стає менш

вираженою. Як наслідок зі зменшенням величини діаметру D до критичного розміру частинок (D_c) коерцитивна сила збільшується. Однак подальше зменшення розміру частинки і перехід до однодоменого стану зумовлює зростання ролі теплових флуктуацій. Це пояснює зменшення H_c при $D < D_c$ (див. рис.1.1).

Іншим джерелом високої коерцитивної сили в системі малих частинок є анізотропія форми. Відхилення від сферичності для однодомених частинок є важливим і впливає на коерцитивну силу.



Рисунок 1.1 - Схематичне зображення залежності коерцитивної сили H_c від діаметру частинки. Адаптовано із роботи [3]

Підвищення коерцитивної сили H_c при зменшенні розміру частинки виходить з теорії Стонера — Вольфарта, згідно з якою спіни атомів, що формують наночастинку, обертаються когерентно, тобто узгоджено. Експериментально встановлено, що коерцитивна сила у реальних магнітних матеріалів (включаючи наноматеріали) є значно меншою, ніж граничні значення, передбачені теоретично, навіть за дуже низьких температур. Одна з причин полягає у тому, що під дією зовнішнього магнітного поля спіни атомів, що формують наночастинку, можуть обертатися не лише узгоджено, але й більш складним чином з утворенням «вирів», «лопастей» тощо (рис.1.2). Ферромагнітні однодоменні наночастинки можуть активно використовуватися в різних галузях, має активне застосування в біомедичних, таких як магнітна візуалізація частинок (Рис. 1.3), доставка ліків (Рис.1.4), гіпертермія магнітної рідини (Рис.1.5) та поділ клітин.

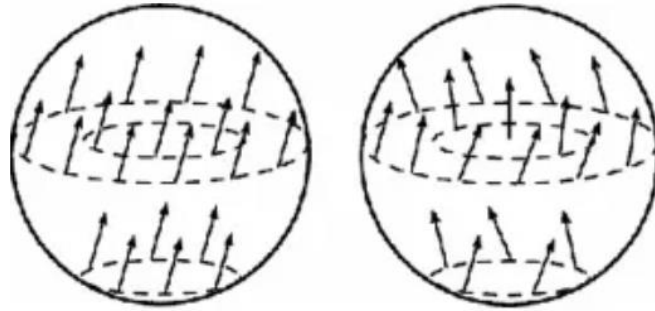


Рисунок 1.2 - Спрощені форми (режими) взаємного розміщення спінів в однодоменних частинках: зліва — когерентне (узгоджене) обертання; справа — виреподібне обертання. Адаптовано із роботи [3]

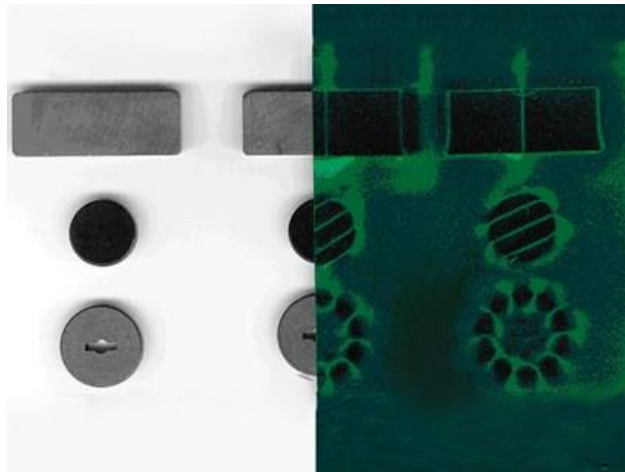


Рисунок 1.3 – Магнітна візуалізація частинок. Адаптовано із роботи [3]

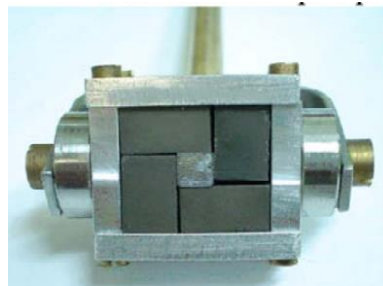


Рисунок 1.4 – Магнітна система для адресної доставки та локалізації медичних препаратів. Адаптовано із роботи [3]



Рисунок 1.5 – Експериментальна установка для магнітно-рідинної гіпертермії. Адаптовано із роботи [3]

Поява незгоджених режимів обертання має місце, якщо наночастинки формують агломерати, наприклад ланцюги. Узгоджене обертання може, вірогідно, відбуватися в частинках з абсолютною відсутністю дефектів, що мають однакову форму та нульову анізотропію («неоднаковість») поверхні.

1.2 Основні рівняння для складаної магнітомеханічної динаміки

Розглядаємо однодоменні частинки сферичної форми, суспендовані у в'язкій рідині та характеризуються загальним моментом $\mathbf{J} = \mathbf{J}(t)$ визначається як сума механічного імпульсу кута, $I\omega$ і імпульсу спіна в квазікласичному наближенні $-(V/\gamma)\mathbf{M}$:

$$\mathbf{J} = I\boldsymbol{\omega} - \frac{V}{\gamma}\mathbf{M}. \quad (1.1)$$

Тут, $I = \rho_m V d^2/10$ - це момент інерції частинки; ρ_m, V , і d - щільність частинок, об'єм та діаметр ;

Відповідно: $\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\omega}(t)$ - кутова швидкість частинки; $\mathbf{M} = \mathbf{M}(t)$ ($|\mathbf{M}| = M = \text{const}$) - намагнічування частинок; і $\gamma(> 0)$ - гіромагнітне відношення. За відсутності розсіювання у нас [9,10] $d\mathbf{J}/dt = V \mathbf{M} \times \mathbf{H}$, де $\mathbf{H} = \mathbf{H}(t)$ є зовнішнім магнітним полем і знак \times позначає векторний добуток. Тому, диференціюючи кутовий момент частинок $I\omega$ щодо часу та введення крутного моменту $-6\eta V \omega$ (η - динамічна в'язкість рідини), що діє на частинку, отримують рівняння

$$I \frac{d}{dt} \omega = \frac{V}{\gamma} \frac{d}{dt} \mathbf{M} + \mathbf{V} \mathbf{M} \times \mathbf{H} - 6\eta V \omega \quad (1.2)$$

опис обертання ферромагнітних частинок у в'язкій рідині. Зауважимо, що для вакууму (коли $\eta = 0$) це рівняння було введено в посилання. [9], а для в'язкої рідини вона - [10]. Оскільки вважається, що значення намагніченості \mathbf{M} не залежить від часу, динаміку вектора намагніченості \mathbf{M} можна описати, наприклад, рівнянням Ландау-Ліфшица (ЛЛ) [11].

Важливою особливістю цього рівняння, що описує динаміку намагніченості обертових наночастинок, є те, що термін його розсіювання повинен бути належним чином модифікований [9]:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{M} = -\gamma \mathbf{M} * \mathbf{H}_{\text{eff}} - \frac{\gamma \alpha}{M} * \left[\mathbf{M} * \left(\mathbf{H}_{\text{eff}} - \frac{\omega}{\gamma} \right) \right], \quad (1.3)$$

де $\alpha (> 0)$ - параметр демпфування ЛЛ, $-\omega / \gamma$ - так зване поле Барнетта, що походить від обертання частинок ([12]), а \mathbf{H}_{eff} це

ефективне магнітне поле, що діє на \mathbf{M} . Зокрема, у випадку одноосьових частинок ефективне магнітне поле задається

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \frac{H_a}{M} (\mathbf{M} * \mathbf{n}) \mathbf{n} + \mathbf{H}. \quad (1.4)$$

Тут H_a - одноосьова магнітна анізотропія, точка позначає скалярний добуток, а одиничний вектор \mathbf{n} спрямований уздовж легкої осі намагніченості і задовольняє наступне рівняння руху (кінематичне відношення):

$$\frac{d}{dt} \mathbf{n} = \omega \times \mathbf{n} \quad (1.5)$$

Рівняння (1.2), (1.3) та (1.5), доповнені ефективним магнітним полем (1.4), повністю описують сполучену динаміку намагніченості та динаміку обертання одноосьових наночастинок у в'язкій рідині.

Представляємо безрозмірні змінні та параметри

$$\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{M}, \nu = \frac{\omega}{\gamma M}, \mathbf{h}_{\text{eff}} = \frac{\mathbf{H}_{\text{eff}}}{M}, \mathbf{h} = \frac{\mathbf{H}}{M},$$

$$\tau = \gamma M t, k = \frac{I\gamma^2}{V}, \beta = \frac{6\gamma\eta}{M}, h_a = \frac{H^a}{M}, \quad (1.6)$$

ці рівняння можна переписати в безрозмірній формі

$$\kappa \dot{\mathbf{u}} = \dot{\mathbf{m}} + \mathbf{m} \times \mathbf{h} - \beta \nu, \quad (1.7a)$$

$$\dot{\mathbf{m}} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h}_{\text{eff}} - \alpha \mathbf{m} \times [\mathbf{m} \times (\mathbf{h}_{\text{eff}} - \nu)], \quad (1.7b)$$

$$\dot{\mathbf{n}} = \nu \times \mathbf{n}, \quad (1.7b)$$

де перебіг позначає позначає похідну щодо безрозмірного часу τ і, відповідно до (1.4),

$$\mathbf{h}_{\text{eff}} = h_a (\mathbf{m} * \mathbf{n}) \mathbf{n} + \mathbf{h}. \quad (1.8)$$

Якщо вважати, що динамікою намагніченості керуватиме рівняння Ландау-Ліфшиц-Гілберт (ЛЛГ) [13], то для врахування впливу обертання частинок це рівняння слід модифікувати так: [10]:

$$\frac{d}{dt} M = -\gamma M \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \frac{\dot{\alpha}}{M} \mathbf{M} \times \left(\frac{d}{dt} \mathbf{M} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M} \right) \quad (1.9)$$

($\dot{\alpha}$ - параметр демпфування ЛЛГ). Використорвуєм співвідношення:

$$\mathbf{M} \times \frac{d}{dt} \mathbf{M} = -\gamma \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}})$$

$$-\dot{\alpha} M \frac{d}{dt} \mathbf{M} - \dot{\alpha} M (\mathbf{M} \times \boldsymbol{\omega})$$

що впливає безпосередньо з (1.9) та позначень (1.6), рівняння. (1.9) можна звести до безрозмірного рівняння ЛЛГ

$$(1 + \alpha^2)\dot{m} = -m \times (\mathbf{h}_{\text{eff}} + \alpha^2 v) - \alpha m \times [m \times (\mathbf{h}_{\text{eff}} - v)], \quad (1.10)$$

яке у цьому випадку слід використовувати замість рівняння (1.7б).

Порівнюючи рівняння (1.7б) та (1.10), ми можемо переконатися, що при $v = 0$ (коли наночастинки не рухаються) ці рівняння насправді є еквівалентними [11]. Строго кажучи, при $v \neq 0$ ці рівняння різні.

Однак у найпоширенішому випадку, коли $\alpha \ll 1$, цією різницею можна знехтувати. Тому в подальшому аналізі ми будемо використовувати набір рівнянь. Важливо підкреслити, що рівняння (1.7) записуються в детермінованому наближенні.

В принципі, теплові коливання можна також пояснити, вводячи в ці рівняння гаусові білі шуми ([14,10,15]). Однак якщо ці шуми не надто сильні, вони не руйнують детермінованих наслідків. Це означає, що рівняння (1.7) можна використовувати як вихідну точку для вивчення зв'язаної магнітної та обертальної динаміки зважених феромагнітних частинок.

Можна також сформулювати умови, при яких тепловими коливаннями можна сміливо нехтувати. У частково-улярних коливаннях намагніченості в магнітоізотропних наночастинках (при $h_a = 0$) може вважатися невеликим, якщо магнітна енергія MHV перевищує теплову енергію kBT (kB - константа Больцмана, а T - абсолютна температура). Така ситуація виникає, коли діаметр частинок задовольняє умові $d > d1$, де $d1 = (6kBT / \pi MH) 1/3$

РОЗДІЛ 2.

ПРЕЦЕСІЙНА РОТАЦІЯ МАГНЕТИЧНО ІЗОТРОПІЧНИХ НАНОЧАСТИНОК

Наступним є вивчення зв'язаної магнітної та ротаційної динаміки ізотропних ферромагнітних наночастинок. Оскільки в цьому випадку $h_a = 0$ і, відповідно до (1.8), $\mathbf{h}_{\text{eff}} = \mathbf{h}$, ця динаміка описується набором лише двох рівнянь, (1.7а) та (1.7б). Щодо рівняння (2.7в), ці наночастинки можна виключити з подальшого розгляду. Якщо припустити, що лівий бік рівняння (1.7а) є незначно малим, ми можемо переписати набір рівнянь. (1.7а) та (1.7б) у формі

$$\dot{\mathbf{m}} = \mathbf{m} \times \mathbf{h} + \beta \mathbf{v}, \quad (2.1a)$$

$$\dot{\mathbf{m}} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h} - \alpha \mathbf{m} \times [\mathbf{m} \times (\mathbf{h} - \mathbf{v})]. \quad (2.1b)$$

Заміна $\dot{\mathbf{m}}$ з рівняння. (2.1б) в рівняння. (2.1а) та враховуючи, що відповідно до (3.1а), $\mathbf{v} \cdot \mathbf{m} = 0$, виходить

$$\mathbf{v} = -\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{h}). \quad (2.2)$$

Тоді, замінюючи цей вираз для безрозмірної ангулярної швидкості в рівняння. (3.1б), не важко отримати закрите рівняння ЛЛ для одиничного вектора намагніченості магнітно-ізотропної частинки у в'язкій рідині:

$$\dot{\mathbf{m}} = -\mathbf{m} \times \mathbf{h} - q \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{h}). \quad (2.3)$$

де $q = \alpha\beta/(\alpha + \beta)$. Зауважте, що межа $\beta \rightarrow \infty$ відповідає нерухомим частинкам. У цій межі $\mathbf{v} \rightarrow \mathbf{0}$, $q \rightarrow \alpha$, рівняння (2.3) зводиться до стандартного рівняння ЛЛ.

Далі ми використовуємо рівняння. (2.3) та експресія (2.2) для вивчення магнітної та обертової стаціонарної динаміки ізотропних наночастинок, підданих обертовому магнітному полі:

$$\mathbf{h} = h(\cos \nu t \mathbf{e}_x + p \sin \nu t \mathbf{e}_y). \quad (2.4)$$

Де $h = |\mathbf{h}| = \text{const}$ - безрозмірна амплітуда обертового магнітного поля,

$\nu = \Omega/\gamma M$, Ω частота обертового поля, $\rho = \pm 1$ - параметр, що визначає напрямок обертання магнітного поля, і \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y , та \mathbf{e}_z є одиничними векторами декартової системи координат.

2.1 Прецесія намагнічування

Представимо одиничний вектор намагніченості \mathbf{m} у вигляді

$$\mathbf{m} = \sin \theta \cos \varphi \mathbf{e}_x + \sin \theta \sin \varphi \mathbf{e}_y + \cos \theta \mathbf{e}_z, \quad (2.5)$$

Де $\theta = \theta(\tau)$ і $\varphi = \varphi(\tau)$ - полярний і азимутальний кути \mathbf{m} відповідно. Потім, вводячи кут відставання

$$\psi = p\nu\tau - \varphi, \quad (2.6)$$

ми можемо звести векторне рівняння ЛЛ (2.3) до набору диференціальних рівнянь для θ і ψ :

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= h \sin \psi + qn \cos \theta \cos \psi, \\ (\dot{\psi} - p\nu) \sin \theta &= h \cos \theta \cos \psi - qh \sin \psi. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Якщо припустити, що у сталому стані (при $\tau \rightarrow \infty$) кути θ і ψ не залежать від часу,

$$\theta = \theta_p = \text{const}, \quad \psi = \psi_p = \text{const}, \quad (2.8)$$

($0 \leq \theta \leq \pi$, $-\pi < \psi_p \leq \pi$) від рівнянь (2.7) отримують набір рівнянь для θ_p і ψ_p :

$$\begin{aligned} \sin \psi_p + q \cos \theta_p \cos \psi_p &= 0, \\ p\chi \sin \theta_p + \cos \theta_p \cos \psi_p - q \sin \psi_p &= 0, \end{aligned} \quad (2.9)$$

де $\chi = \nu/h$. Якщо ці кути представлені у формі

$$\theta_p = \frac{\pi}{2}(1 + p) - p\theta_0, \quad \psi_p = p\psi_0, \quad (2.10)$$

потім нові змінні $\theta_0 (0 \leq \theta_0 \leq \pi)$ і $\psi_0 (-\pi < \psi_0 \leq \pi)$ не залежать від параметра ρ . Дійсно, враховуючи, що $\sin \psi \rho = \rho \sin \psi \theta$, $\cos \psi \rho = \cos \psi \theta$, $\sin \theta \rho = \sin \theta \theta$, і $\cos \theta \rho = -\rho \cos \theta \theta$, множина рівнянь (2.9) легко отримує

$$\begin{aligned} \sin \psi_0 - q \cos \theta_0 \cos \psi_0 &= 0, \\ \chi q \sin \theta_0 - (1 + q^2) \sin \psi_0 &= 0. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Відповідно до останнього рівняння в (2.11), кут ψ_0 (як θ_0) повинні належати до інтервалу $[0, \pi]$, тобто дозволяються лише негативні значення $\sin \psi_0$.

Введення параметрів $c = q/\sqrt{1+q^2}$ та $k = \chi/\sqrt{1+q^2}$, це можна легко показати з рівнянь (2.11), що $\sin \psi_0$ задовольняє двоквадратичне рівняння

$$\sin^4 \psi_0 - (1 + k^2) \sin^2 \psi_0 + c^2 k^2 = 0. \quad (2.12)$$

Оскільки $\sin \psi_0 \in [0, 1]$, його унікальне рішення задається $\sin \psi_0 = R$, де

$$R = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + k^2 - \sqrt{(1 + k^2)^2 - 4c^2 k^2}}. \quad (2.13)$$

З цього, використовуючи друге рівняння в (2.11), виходить одне $\sin \theta_0 = R/ck$

[зауважимо, що відповідно до (2.13) умови $R \leq 1$ і $R/ck \leq 1$ завжди виконуються]. Крім того, з першого рівняння (2.11) видно, що обидва кути ψ_0 і θ_0 повинні лежати або в інтервалі $[0, \pi/2)$, або в інтервалі $(\pi/2, \pi]$. У першому випадку рішення рівнянь (2.11) записано як

$$\theta_0^{(1)} = \arcsin \frac{R}{ck}, \quad \psi_0^{(1)} = \arcsin R, \quad (2.14)$$

в останньому випадку він пишеться як $\theta_0^{(2)} = \pi - \theta_0^{(1)}$, $\psi_0^{(2)} = \pi - \psi_0^{(1)}$.

Таким чином, обертове магнітне поле (2.4), в принципі, може викликати в магнітно ізотропних наночастинках два стаціонарні прецесійні стани намагніченості, $\mathbf{m}^{(1)}$ та $\mathbf{m}^{(2)}$. За допомогою (2.10) та (2.14) знайдемо кути

$$\theta_0^{(1)} = \frac{\pi}{2} (1 + p) - p \arcsin \frac{R}{ck}, \quad \psi_0^{(1)} = p \arcsin R \quad (2.15)$$

для $\mathbf{m}^{(1)}$, і $\Theta_p^{(2)} = \Theta_{-p}^{(1)}$ та $\Psi_p^{(2)} = p\pi + \Psi_{-p}^{(1)}$ для $\mathbf{m}^{(2)}$. Ці вирази разом із визначенням (2.6) кута відставання дозволяють визначити компоненти вектора $\mathbf{m}^{(1)}$ ($l = 1, 2$) наступним чином [4]:

$$\begin{pmatrix} m_x^{(1)} \\ m_y^{(1)} \\ m_z^{(1)} \end{pmatrix} = (-1)^{1+l} \frac{R}{ck} \times \begin{cases} \cos[v\tau + (-1)^l \arcsin R], \\ p \sin[v\tau + (-1)^l \arcsin R], \\ -p \sqrt{\frac{c^2 k^2}{R^2} - 1}. \end{cases} \quad (2.16)$$

Згідно з ними, прецесії намагніченості в стаціонарному стані, якщо вони стабільні, відбуваються навколо осі z з частотою магнітного поля і їх напрямок збігається з напрямком обертання магнітного поля. Середньочасова намагніченість у цих прецесійних станах, визначена як

$$\langle m^{(1)} \rangle = \left(\frac{v}{2\pi} \right) \int_0^{2\pi} m^{(1)} d\tau, \text{ задається як } \langle m^{(1)} \rangle = (-1)^l p \sqrt{1 - R^2/c^2 k^2} \mathbf{e}_z$$

тобто магнітне поле, що обертається в площині x_y , намагнічує ізотропні наночастинки в z напрямку.

Зауважимо в цьому контексті, що подібний ефект, намагніченість наночастинок системами обертовим магнітним полем, був раніше прогнозований та проаналізований на анізотропні (одноосні) та нерухомі наночастинки [16–18]. Але його природа зовсім інша: намагніченість цих систем відбувається завдяки наявності магнітного поля анізотропії, яке в нашому випадку відсутнє.

2.2. Аналіз стійкості прецесії намагніченості

Тепер проаналізуємо лінійну стійкість прецесійних станів $\mathbf{m}^{(1)}$. Заміна $\Theta = \Theta_p^{(l)} + \Theta_1$ ($\Theta_1 = \Theta_1(\tau)$, $|\Theta_1| \ll 1$) та $\Psi = \Psi_p^{(l)} + \Psi_1$ ($\Psi_1 = \Psi_1(\tau)$, $|\Psi_1| \ll 1$) у рівняння (2.7) отримуємо набір звичайних диференціальних рівнянь для Θ_1 та Ψ_1 :

$$\dot{\Theta}_1 = h(\cos \Psi_p^{(l)} - q \cos \Theta_p^{(l)} \sin \Psi_p^{(l)}) \Psi_1 - qh \sin \Theta_p^{(l)} \cos \Psi_p^{(l)} \Theta_1,$$

$$\psi_1 = \sin \theta_p^{(l)} = -h(\cos \theta_p^{(l)} \sin \psi_p^{(l)} + q \cos \psi_p^{(l)}) \psi_1 + h \left(p\chi \cos \theta_p^{(l)} - \sin \theta_p^{(l)} \cos \psi_p^{(l)} \right) \theta_1, \quad (2.17)$$

Якщо припустити, що

$$\theta_1 = \widetilde{\theta}_1 e^{\lambda_1 h \tau}, \psi_1 = \widetilde{\psi}_1 e^{\lambda_1 h \tau}, \quad (2.18)$$

тут параметри $\widetilde{\theta}_1, \widetilde{\psi}_1, \lambda_1$ не залежать від τ , рівнянь (2.17) зводяться до однорідної системи лінійних рівнянь відносно $\widetilde{\theta}_1$ та $\widetilde{\psi}_1$, які можна записати у матричній формі як

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 + (-1)^{1+l} a_{11} & (-1)^l a_{12} \\ (-1)^{1+l} a_{21} & \lambda_1 + (-1)^l a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \widetilde{\theta}_1 \\ \widetilde{\psi}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Враховуючи, що відповідно до (2.10) та (2.15),

$$\sin \theta_p^{(l)} = \frac{R}{ck}, \quad \cos \theta_p^{(l)} = (-1)^l p \frac{1}{pk} \sqrt{c^2 k^2 - R^2}$$

$$\sin \psi_p^{(l)} = pR, \quad \cos \psi_p^{(l)} = (-1)^{1+l} \sqrt{1 - R^2},$$

(2.20)

коефіцієнт a_{nm} в рівняннях (2.19) виражаються через параметри c і k (нагадаємо, що $c < 1$ і $k < \infty$) наступним чином:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{R}{k} \sqrt{\frac{1 - R^2}{1 - c^2}}, \\ a_{12} &= \sqrt{1 - R^2} + \frac{R}{k} \sqrt{\frac{c^2 k^2 - R^2}{1 - c^2}}, \\ a_{21} &= \sqrt{1 - R^2} + \frac{k}{R} \sqrt{\frac{c^2 k^2 - R^2}{1 - c^2}}, \\ a_{22} &= \sqrt{c^2 k^2 - R^2} - \frac{c^2 k}{R} \sqrt{\frac{1 - R^2}{1 - c^2}} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Добре відомо, що ненульові рішення системи рівнянь. (2.19) існують лише в тому випадку, якщо детермінант коефіцієнта коефіцієнта корисної сили відпадає, тобто, якщо

$$\lambda_l^2 + (-1)^{1+l}(a_{11} - a_{22})\lambda_l + a_{12}a_{11} - a_{11}a_{22} = 0. \quad (2.22)$$

Це відбувається при $\lambda_l = \lambda_l^+$ та λ_l^- , де

$$\lambda_l^\pm = (-1)^l \frac{1}{2}(a_{11} - a_{22}) \pm i \frac{1}{2} \sqrt{4a_{12}a_{21} - (a_{11} - a_{22})^2} \quad (2.23)$$

(i уявна одиниця) - це рішення рівняння. (2.22). це можна перевірити (аналітично чи чисельно) $a_{11} - a_{22} > 0$ та $4a_{12}a_{21} - (a_{11} - a_{22})^2 > 0$ для всіх значень c та k . Тому, використовуючи (2.23), можна зробити висновок, що стаціонарний прецесійний стан намагніченості $l=1$ (і.с., $\mathbf{m}^{(1)}$) стабільний (тому що $Re\lambda_1^\pm < 0$), тоді як прецесійний стан з $l=2$ (і.с., $\mathbf{m}^{(2)}$) нестабільний (тому що $Re\lambda_2^\pm > 0$). Зауважимо також, що згідно з (3.23) намагніченість наближається до стабільного стаціонарного стану $\mathbf{m}^{(1)}$ коливальним чином.

2.3. Прецесія частинок

Оскільки стаціонарна намагніченість $\mathbf{m}^{(2)}$ нестабільна, ми визначаємо лише кутову швидкість частинок (безрозмірні) частинки \mathbf{v} , які відповідають стабільній стаціонарній намагніченості $\mathbf{m}^{(1)}$. З цією метою, використовуючи (2.4) і (2.2), ми вперше зобразимо декартові компоненти \mathbf{v} у вигляді

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \frac{ah}{\alpha + \beta} \times \begin{cases} \cos \nu\tau - m_x^{(1)}(m_x^{(1)} \cos \nu\tau + pm_y^{(1)} \sin \nu\tau), \\ p \sin \nu\tau - m_y^{(1)}(m_x^{(1)} \cos \nu\tau + pm_y^{(1)} \sin \nu\tau), \\ -m_z^{(1)}(m_x^{(1)} \cos \nu\tau + pm_y^{(1)} \sin \nu\tau). \end{cases} \quad (2.24)$$

Тоді, замінюючи компоненти намагніченості $m_x^{(1)}$, $m_y^{(1)}$ і $m_z^{(1)}$ з (2.16) в (2.24), виходить одна пряма вперед

$$\begin{aligned}
v_x &= \frac{ah}{\alpha + \beta} \left[\cos v\tau - \frac{R^2}{c^2 k^2} \sqrt{1 - R^2} \times \cos(v\tau - \arcsin R) \right], \\
v_y &= p \frac{ah}{\alpha + \beta} \left[\sin v\tau - \frac{R^2}{c^2 k^2} \sqrt{1 - R^2} \times \sin(v\tau - \arcsin R) \right]. \\
v_z &= p \frac{ah}{\alpha + \beta} \frac{R^2}{c^2 k^2} \sqrt{(1 - R^2)(c^2 k^2 - R^2)}. \tag{2.25}
\end{aligned}$$

Ці вирази показують, що обертаючись, магнітне поле викликає дисипаційний інцесійний рух магнітоізотропних наночастинок. Прецесія відбувається з частотою магнітного поля, частинка і магнітне поле обертаються в одному напрямку, і (безрозмірна) величина кутової швидкості частинки може бути передана як

$$|\mathbf{v}| = \frac{ah}{\alpha + \beta} \frac{1}{ck} \sqrt{c^2 k^2 - R^2 + R^4}. \tag{2.26}$$

Слід також зазначити, що згідно (2.16) та (2.25) $\mathbf{v} \cdot \mathbf{m}^{(1)} = 0$, тобто прецесія намагніченості синхронізується з обертанням частинок.

Для отримання більш глибокого розуміння механізму обертання наночастинок, спричиненого дисипацією, спочатку визначимо кутову швидкість частинок у випадках малої рідкої динамічної в'язкості ($\beta \rightarrow 0$) і параметр магнітного демпфування ($\alpha \rightarrow 0$). Використовуючи (2.25) та (2.26), знайдем

$$v_z = p \frac{h\chi}{1 + \chi^2}, \quad |\mathbf{v}| = \frac{h\chi}{\sqrt{1 + \chi^2}} \tag{2.27}$$

$$v_z = p \frac{h\chi\alpha}{\beta(1 + \chi^2)}, \quad |\mathbf{v}| = \frac{h\chi\alpha}{\beta\sqrt{1 + \chi^2}} \tag{2.28}$$

для першого та другого випадків відповідно. Відповідно до цих результатів обертання частинок існує при $\beta \rightarrow 0$, тоді як воно зникає при $\alpha \rightarrow 0$. Отже, ми робимо висновок, що саме за магнітне розсіювання відповідає саме обертання наночастинок.

Оскільки параметр в'язкості β , як правило, великий, це також є причиною, щоб розглянути цей випадок, що усуває $\beta \rightarrow \infty$. У головному наближенні в $1 / \beta$ вираз (2.25) та (2.26) виходить

$$v_z = p \frac{h}{\sqrt{2\beta b}} \sqrt{a^2 - a\sqrt{a^2 4b^2} - 2b^2} \quad (2.29)$$

та

$$|\mathbf{v}| = \frac{h}{\sqrt{2\beta}} \sqrt{a - \sqrt{a^2 - 4b^2}}, \quad (2.30)$$

де $a = 1 + \alpha^2 + \chi^2$ і $b = \alpha\chi$. Вони показують, що в цій межі кутова швидкість наночастинок зменшується до нуля, обернено пропорційна параметру в'язкості. Зауважимо також, що

$$v_z = p \frac{qh\chi}{\beta(1+q^2)}, \quad |\mathbf{v}| = \frac{qh\chi}{\beta\sqrt{1+\chi^2}} \quad (2.31)$$

як $\chi \rightarrow 0$, та

$$v_z = p \frac{qh}{\beta\chi}, \quad |\mathbf{v}| = \frac{q\chi}{\beta} \quad (2.32)$$

як $\chi \rightarrow \infty$.

Правильний опис динаміки намагніченості в обертових наночастинках досягається введенням у рівняння. (1.3) поле Барнетта. Це виникаюче магнітне поле відповідає за ефект Барнетта (намагніченість обертанням) [19], і його існування нещодавно було експериментально підтверджено для різних спінових систем [20–22]. У цьому контексті представляє інтерес проаналізувати роль поля Барнетта в обертанні викликаних дисипацією зважених ферромагнітних наночастинок.

За його відсутності, коли термін $-\omega / \gamma$ у рівнянні. (1.3) не враховується, загальні вирази для компонентів та величини кутової швидкості частинки (2.25) та (2.26) повинні бути змінені заміною ($\alpha+\beta \rightarrow \beta$ ($q \rightarrow \alpha$, $c \rightarrow \alpha/\sqrt{1+a^2}$) і так далі). Оскільки ця заміна відповідає граничному випадку $\beta \rightarrow \infty$ [(2.29 та (2.30)]. Можна

перевірити, що поле Барнета практично не впливає на обертання частинок при $\beta \gg \alpha$.

У той же час, для $\beta < \alpha$ різниця між точними результатами та результатами, отриманими вищезазначеною заміною, є значною [(2.27) з (2.29) та (2.30)]. Отже, можна зробити висновок, що обертальні властивості ізотропних феромагнітних наночастинок, суспендованих у в'язкій рідині та підданих обертовому магнітному полю, визначаються не лише полем Барнетта, але й моментом тертя [(1.2)].

2.4. Числовий аналіз

Для чисельного аналізу ми використали два основні припущення моделі для вибору її параметрів. Першим було те, що похідна часу кутового імпульсу частинки вважається значно меншою, ніж крутний момент тертя. Друге припущення полягало в тому, що матеріал з наночастинок вважається магнітно ізотропним.

На перший погляд, згідно з визначенням (1.8) ефективного магнітного поля це припущення, здається, справедливим для $h \gg h_a$.

Однак аналіз рівнянь (1.7) видно, що він, безумовно, має місце, якщо $h \gg h_a / \alpha$ (оскільки, як правило, $\alpha < 1$, ця умова є більш суворою, ніж $h \gg h_a$), тобто, якщо $H \gg H_a / \alpha$. Оскільки обертове магнітне поле великої амплітуди H важко генерувати, магнітно-м'які наночастинок, відносно невеликі анізотропія H_a , найбільш підходящі для експериментальної перевірки наших прогнозів. Як загальноприйнятий приклад, ми розглядаємо наночастинок пермалерозу ($\text{Ni}_{80}\text{Fe}_{20}$), що характеризуються параметрами [20] $M = 8 \times 10^2 \text{ emu cm}^{-3}$, $H_a = 4 \text{ Oe}$, $\rho_m = 8.7 \text{ g cm}^{-3}$, і $\alpha = 0.04$. Зауважимо, що для цих частинок $d_{cr} = 36.8 \text{ nm}$ і $d_l = 10.7 \text{ nm}$ at $h = 0.1$, коливання намагніченості незначні, якщо $d_l < d < d_{cr}$. Для частинок, суспендованих у воді кімнатної температури $T = 298 \text{ K}$ ми маємо $\eta = 8.9 \times 10^{-3} \text{ P}$, $\beta = 1.18 \times 10^3$ (ми беремо $\gamma = 1.76 \times 10^7 \text{ G}^{-1}\text{S}^{-1}$), так що $q = \alpha$ з відмінною точністю.

Використовуючи ці параметри, можна чисельно розв'язати набір рівнянь (2.7) для різних значень параметрів h , v і ρ , що контролюють характеристики обертового поля. Було встановлено, що, згідно з нашими прогнозами, кути θ і ψ змінюються коливально до значень стаціонарного стану (2.15), які відповідають стабільному стані намагніченості $\mathbf{m}^{(1)}$.

Часова залежність цих кутів проілюстрована на рис. 2.1 для конкретного випадку поля, що обертається.

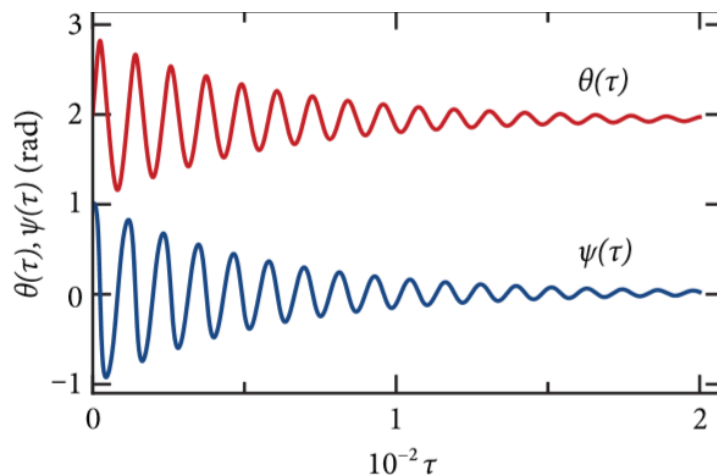


Рисунок 2.1 - Діаграми функцій $\theta = \theta(\tau)$ і $\psi = \psi(\tau)$, отримані за допомогою чисельного рішення рівнянь (2.7). Адаптовано із роботи [4]

Параметри та початкові умови вибираються як $q = 0,04$, $h = 0,5$, $v = 0,2$, $\rho = +1$, $\theta(0) = 2\text{rad}$ і $\psi(0) = 1\text{rad}$. У тривалій межі функції $\theta(\tau)$ і $\psi(\tau)$ мають тенденцію до постійних значень відповідно $1,95$ і $1,48 \times 10^{-2}$ рад. З (2.15) випливає, що ці граничні значення повністю узгоджуються з аналітичними $\Theta_{+1}^{(1)}$ та $\Psi_{+1}^{(1)}$.

Важливо відзначити, що, оскільки намагніченість та прецесії частинок повністю корелюють, $v \cdot \mathbf{m}^{(1)} = 0$, експериментальне підтвердження існування розсіяного індукованого обертання ізотропних феромагнітних наночастинок можна отримати шляхом аналізу деяких унікальних магнітних властивостей таких систем.

Зокрема, відповідно до (2.16), z компонент стаціонарної намагніченості $\mathbf{m}^{(1)}$ задається через $m_z^1 = -p\sqrt{1 - R^2/c^2 k^2}$.

Використовуючи (3.13), можна показати, що m_z^1 при $v \ll h$ є лінійною функцією v , $m_z^1 = -\rho v / h (1 + q^2)$, а m_z^1 підходів - ρ при $v \gg h$ (рис. 2.2). Експериментальне спостереження за цими ознаками підтвердило б запропоновану теорію обертання наночастинок.

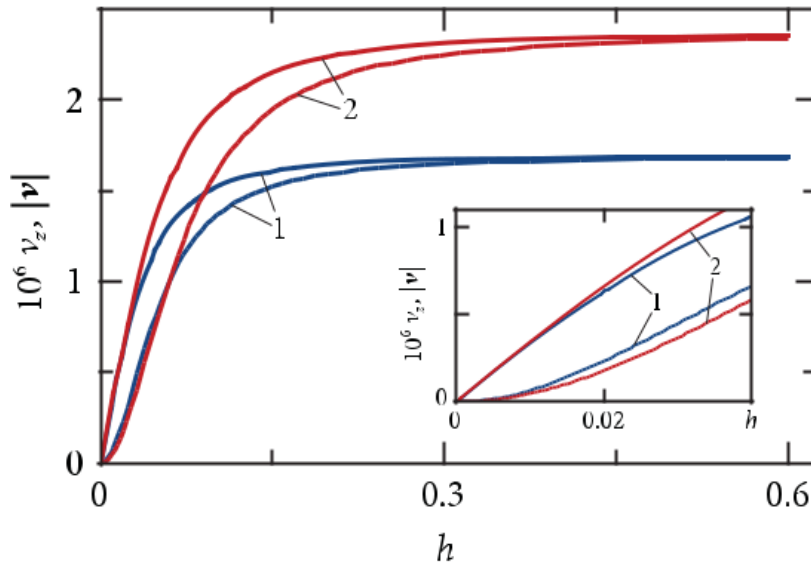


Рисунок 2.2 - Компоненти z (пунктирні криві) та величини $|v|$ (суцільні криві) прецесійної кутової швидкості v наночастинок пермалегону як функції амплітуди магнітного поля h для різних значень частоти магнітного поля v . Криві 1 відповідають $v = 0,05$, а криві 2 відповідають $v = 0,07$. Адаптовано із роботи [4]

Залежності z складової і величини прецесійної кутової швидкості від амплітуди магнітного поля, обчислені для наночастинок пермалементу з (2.25) та (2.26) відповідно, показані на рис. 2.2.

Відповідно до (2.32), при малій h (коли $\chi = v / h \gg 1$) vz - квадратична функція h , $vz = \alpha h^2 / \beta v$ (використовуємо відношення $q = \alpha$ і припускаємо, що $\rho = +1$), а $|v|$ лінійно зростає з h , $|v| = \alpha h / \beta$ (рис. 2.2).

Якщо h досить великий (тобто, $\chi \ll 1$), то, використовуючи (2.31) і умова $\alpha^2 \ll 1$, можна переконатися, що функції vz і $|v|$ підходять майже до однакового значення: $vz = |v| = \alpha v / \beta$. Конкретно, $vz = |v| = 1,69 \times 10^{-6}$ для $v = 0,05$ та $vz = |v| = 2,37 \times 10^{-6}$ для $v = 0,07$, або, в розмірному вигляді, $\omega z = |\omega| = 2,39 \times 10^4$ і $3,34 \times 10^4$ рад $^{-1}$

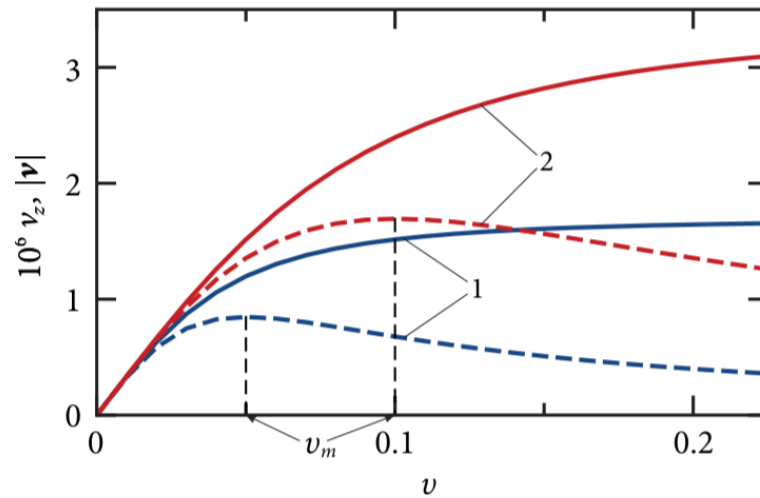


Рисунок 2.3 - Компоненти z (пунктирні криві) та величини $|v|$ (суцільні криві) прецесійної кутової швидкості v наночастинок пермалегону як функції частоти магнітного поля ν для різних значень амплітуди магнітного поля h . Криві 1 відповідають $h = 0,05$, а криві 2 відповідають $h = 0,1$. Адаптовано із роботи [4]

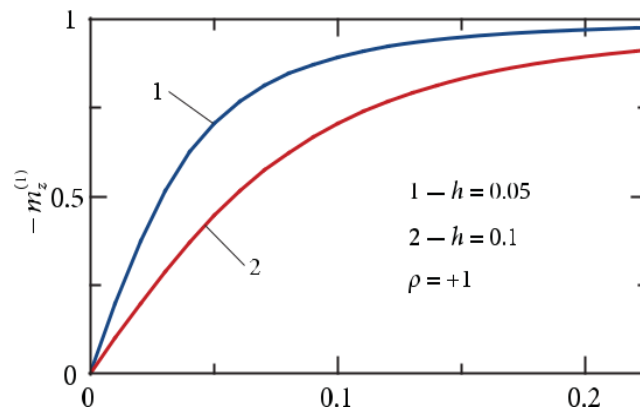


Рис.2.4 - Залежність компонента намагніченості $-m_z^1$ від частоти магнітного поля ν для різних значень амплітуди магнітного поля h . Адаптовано із роботи [4]

відповідно. Зауважимо, що оскільки $(|v| - v_z) / (\alpha v / \beta) \approx \alpha^2 / 2 \ll 1$, обертання наночастинок навколо осей x і y є незначно повільним.

Якщо v досить мала (тобто, $\chi \ll 1$), то, відповідно до (2.31), v_z та $|v|$ зростають приблизно лінійно при v : $v_z = |v| = \alpha v / \beta$.

На відміну від цього, якщо v досить велика (тобто, $\chi \gg 1$), то відповідно до (2.32), v_z зменшується при v як $v_z = \alpha h^2 / \beta v$, та $|v|$ збільшується до $|v| = \alpha h / \beta$. Таким чином, поки $|v|$ є монотонно зростаючою функцією v , v_z як функція v має глобальний максимум (нагадаємо, що $\rho = +1$) при $v = v_m$, де v_m можна оцінити як $v_m \sim h$.

Важливо зазначити, що оскільки намагніченість і прецесії частинок повністю співвідносяться, $\mathbf{v} \cdot \mathbf{m}^{(1)} = 0$, експериментальне підтвердження існування індукованого дисипацією обертання ізотропних феромагнітних наночастинок можна було отримати шляхом аналізу деяких унікальних магнітних властивостей таких систем. Зокрема, згідно з (2.16), z компонент стаціонарної намагніченості $\mathbf{m}^{(1)}$ задається $m_z^{(1)} = -\rho \sqrt{1 - R^2/c^2 k^2}$.

Використовуючи (2.13), можна показати, що $m_z^{(1)}$ при $v \ll h$ є лінійною функцією v , $m_z^{(1)} = -\rho v / h (1 + q^2)$, а $m_z^{(1)}$ підходить до $-\rho$ при $v \gg h$ (рис. 2.4).

Іншими словами, обертання ізотропних наночастинок навколо осі z , яке індуковане магнітним полем з прискореною амплітудою h , що обертається в площині xy , відбувається з максимальною кутовою швидкістю, якщо частота магнітного поля порядку v порядку h (в розмірній формі, якщо $\Omega \sim \gamma H$).

Також, слід зазначити, що є можливість експериментального виявлення обертання, викликаного дисипацією, ізотропних феромагнітних наночастинок обертовим магнітним полем. Оскільки пряме експериментальне спостереження за обертанням наночастинок здається проблематичним, можна очікувати, що цей феномен можна перевірити, порівнюючи прогнозовані та експериментальні магнітні властивості цих систем.

ВИСНОВКИ

1. Отримано систему рівнянь, що описують у в'язкій рідині обертальну динаміку ізотропної феромагнітної наночастинки і динаміку її намагніченості. Оскільки при цьому була використана умова збереження повного обертального моменту (механічного та магнітного) частинки, даний підхід до опису магнітомеханічної динаміки є достатньо обґрунтованим з фізичної точки зору.

2. У випадку, коли інерційними ефектами можна знехтувати, рівняння магнітомеханічної динаміки зведені до узагальненого рівняння Ландау-Ліфшиця, яке у замкненому вигляді описує динаміку намагніченості ізотропної наночастинки, і виразу, що визначає кутову швидкість такої наночастинки через її намагніченість і зовнішнє магнітне поле.

3. Знайдено стаціонарний розв'язок узагальненого рівняння Ландау-Ліфшиця в обертальному зовнішньому полі. Показано, що як намагніченість, так і кутова швидкість наночастинки виконують синхронізовані прецесійні рухи відносно осі, перпендикулярної до площини обертання магнітного поля.

4. Визначено всі характеристики прецесії намагніченості і прецесії кутової швидкості. Встановлено, що механічне обертання наночастинки виникає внаслідок урахування релаксаційного доданку в рівнянні Ландау-Ліфшиця, тобто це обертання ініціюється релаксаційними процесами в магнітній підсистемі.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Synthesis, functionalization, and biomedical applications of multifunctional magnetic nanoparticles [Електронний ресурс] / [R. Hao, R. Xing, Z. Xu та ін.]. – 2010. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/20473985>.
2. Zhu K. Magnetic nanomaterials: Chemical design, synthesis, and potential applications [Електронний ресурс] / K. Zhu, Y. Ju, J. Xu // Acc. Chem. Res. 51, 404. – 2018.
3. Дорошенко А. М. Магнітні наночастинки [Електронний ресурс] / А. М. Дорошенко, І. С. Чекман // Національний медичний університет імені О.О. Богомольця, Київ. – 2016. – Режим доступу до ресурсу: <https://www.umj.com.ua/wp/wp-content/uploads/2014/07/4228.pdf?upload=>
4. Lyutyu T. V. Dissipation-induced rotation of suspended ferromagnetic nanoparticles [Електронний ресурс] / T. V. Lyutyu, S. I. Denisov, P. Hänggi. – 2019.
5. Berkov D. V. Theoretical study of the magnetization dynamics of nondilute ferrofluids [Електронний ресурс] / D. V. Berkov, Y. L. Iskakova, A. Y. Zubarev // Phys. Rev. E79, 021407. – 2009.
6. Lyutyu T. V. Energy dissipation of rigid dipoles in a viscous fluid under the action of a time-periodic field: The influence of thermal bath and dipole interaction [Електронний ресурс] / T. V. Lyutyu, V. V. Reva // Phys. Rev. E 97, 052611. – 2018.
7. Denisov S. I. Drift of suspended ferromagnetic particles due to the Magnus effect [Електронний ресурс] / S. I. Denisov, B. O. Pedchenko // J. Appl. Phys. 121, 043912. – 2017.
8. Temperature effects on drift of suspended single-domain particles induced by the Magnus force [Електронний ресурс] / S. I. Denisov, T. V. Lyutyu, V. V. Reva, A. S. Yermolenko // Phys. Rev. E97, 032608. – 2018.
9. Usov N. A. Magnetic nanoparticle motion in external magnetic field [Електронний ресурс] / N. A. Usov, B. Y. Liubimov // J. Magn. Magn. Mater. 385, 339. – 2015.

10. Usadel K. D. Dynamics of magnetic single domain particles embedded in a viscous liquid [Электронний ресурс] / K. D. Usadel, C. Usadel // J. Appl. Phys. 118, 234303. – 2015.
11. G Bertotti G. Nonlinear Magnetization Dynamics in Nanosystems [Электронний ресурс] / G. Bertotti, I. D. Mayergoyz, C. Serpico // Elsevier, London. – 2009.
12. Magnetomechanical coupling and ferromagnetic resonance in magnetic nanoparticles [Электронний ресурс] / [H. Keshtgar, S. Streib, A. Kamra та ін.] // Phys. Rev. B95, 134447. – 2017.
13. Gilbert T. L. A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials [Электронний ресурс] / Gilbert // IEEE Trans. Magn. 40, 3443. – 2004.
14. Tsebers A. O. Simultaneous rotational diffusion of the magnetic moment and the solid matrix of a single-domain ferromagnetic particle [Электронний ресурс] / Tsebers // Magnetohydrodynamics 11, 273. – 1975.
15. Usadel K. D. Dynamics of magnetic nanoparticles in a viscous fluid driven by rotating magnetic fields [Электронний ресурс] / Usadel // Phys. Rev. B 95, 104430. – 2017.
16. Large-scale ferrofluid simulations on graphics processing units [Электронний ресурс] / [A. Y. Polyakov, T. V. Lyutyu, S. I. Denisov та ін.] // Comput. Phys. Commun. 184, 1483. – 2013.
17. Rotational properties of ferromagnetic nanoparticles driven by a precessing magnetic field in a viscous fluid [Электронний ресурс] / T. V. Lyutyu, S. I. Denisov, V. V. Reva, Y. S. Bystrik // Phys. Rev. E 92, 042312. – 2015.
18. Exactly solvable model for drift of suspended ferromagnetic particles induced by the Magnus force [Электронний ресурс] / S. I. Denisov, B. O. Pedchenko, O. V. Kvasnina, E. S. Denisova // J. Magn. Magn. Mater. 443, 89. – 2017.
19. Lyutyu T. V. Power loss for a periodically driven ferromagnetic nanoparticle in a viscous fluid: The finite anisotropy aspects [Электронний ресурс] / T. V. Lyutyu, O. M. Hryshko, A. A. Kovner // J. Magn. Magn. Mater. 446, 87. – 2018.

20. Lyutyu T. V. Uniform and nonuniform precession of a nanoparticle with finite anisotropy in a liquid: Opportunities and limitations for magnetic fluid hyperthermia [Электронний ресурс] / Т. V. Lyutyu, О. М. Hryshko, М. Y. Yakovenko // J. Magn. Mater. 473, 198. – 2019.

21. Gilbert T. L. A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials [Электронний ресурс] / Gilbert // IEEE Trans. Magn. 40, 3443. – 2004.

22. Denisov S. I. Magnetization of Nanoparticle Systems in a Rotating Magnetic Field [Электронний ресурс] / S. I. Denisov, Т. V. Lyutyu, P. Hänggi // Phys. Rev. Lett. 97, 227202. – 2006.